Formule de Taylor

Soit $P \in K[X]$ et $a \in K$.

$$P(X) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{P^{(k)}(a)}{k!}(X-a)^k.$$

Formule de Taylor avec reste intégral

Soit f une fonction de classe C^{n+1} sur un intervalle I. Pour tous $a, b \in I$,

$$f(b) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(b-a)^k + \int_a^b \frac{(b-u)^n}{n!} f^{(n+1)}(u) \mathrm{d}u.$$

Inégalité de Taylor-Lagrange

Soit f une fonction de classe C^{n+1} sur un intervalle I. Pour tous $a, b \in I$,

$$\left| f(b) - \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(b-a)^k \right| \leq \frac{|b-a|^{n+1}}{(n+1)!} \sup_{u \in [a,b]} \left| f^{(n+1)}(u) \right|.$$

Formule de Taylor-Young

Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et f une fonction n fois dérivable sur un interalle I et $x_0 \in I$. f admet un développement limité à l'ordre n en x_0 qui est

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x-x_0)^k + o(x-x_0)^n.$$

Inégalité de Cauchy-Schwarz

Pour tous $x, y \in E$, $|(x|y)| \leq \|x\| \cdot \|y\|$.

Inégalité triangulaire ou de Minkowski et applications

Pour tous $x, y \in E$,

$$\Big| \|x\| - \|y\| \Big| \leq \|x+y\| \leq \|x\| + \|y\|.$$

Pour tous $x, y \in \mathbb{R}, a, b \in \mathbb{R}_+$,

$$|x+y| \leq |x| + |y| \qquad \Big| |x| - |y| \Big| \leq |x-y|$$

$$\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad \left| \sqrt{|x|} - \sqrt{|y|} \right| \leq \sqrt{|x-y|}$$